

数学 解答用紙

(2025年度)

※印欄には記入しないこと

問題 1

- (1) 分速 150m で走る道のりを x 、分速 60m で歩く道のりを $2400-x$ とすると、走る時間は $\frac{x}{150}$ 分、歩く時間は $\frac{2400-x}{60}$ 分となる。
家から駅までの 2400m の道のりを分速 60m で歩く時間は $2400 \div 60 = 40$ で 40 分。家から駅まで 40 分歩いて行く予定だったが、出発が 5 分遅れたため、予定の時刻に間に合うように駅に着くには、走る時間と歩く時間を合わせて 35 分以内にならなければならない。

それゆえ、
$$\frac{x}{150} + \frac{2400-x}{60} \leq 40 - 5$$
$$\frac{x}{150} + \frac{2400-x}{60} \leq 35$$
$$2x + 5(2400 - x) \leq 35 \times 300$$
$$2x + 12000 - 5x \leq 10500$$
$$-3x \leq -1500$$
$$x \geq 500$$

したがって、走る道のりは 500m 以上にならなければならない。

【別解】

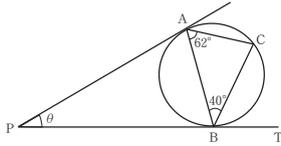
分速 150m で走る時間を x (分)、分速 60m で歩く時間を $35-x$ (分) とする。

$$150x + 60(35-x) = 2400 \quad 90x = 300 \quad x = \frac{10}{3}$$

したがって分速 150m で走る道のりは、 $150 \times \frac{10}{3} = 500$ (m)

ゆえに、35 分以内に到着するには走る道のりは 500m 以上にならなければならない。

(2)



PB の延長上に点 T をとると、PB が円の接線であることから、

$$\angle CBT = \angle CAB = 62^\circ$$

$$\angle ABP = 180^\circ - (62^\circ + 40^\circ) = 78^\circ$$

円の外部の 1 点 P からその円に引いた 2 本の接線の長さは等しいので、

PA = PB であり、 $\triangle APB$ は $\angle P$ を頂点とする二等辺三角形となる。

$$\angle ABP = \angle BAP \text{ であるから、 } \theta = 180^\circ - 78^\circ \times 2 = 24^\circ$$

- (3) 5 色を使って 6 つの部分塗り分けることから、どれか 1 色は 2 つの部分塗り分けることになり、2 つの部分塗り分け色の使われ方は、赤青黄白黒の 5 通りである。

また、同じ色が塗られる部分は A と C、A と E、A と F、B と F、C と D、D と F の 6 通りである。

例えば、2 つの部分塗り分け色を赤として、A と C の部分を塗ったとすると、残りの部分の B、D、E、F の塗り方は、 $4P_4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (通り)

したがって、塗り分け方は、 $5 \times 6 \times 24 = 720$ (通り)

※

問題 2

- (1) $m=2$ のとき、 x の平均は 0、 y の平均は 1 であるから、求める相関係数は、

$$\frac{(-2-0)(3-1) + (0-0)(1-1) + (2-0)(-1-1)}{\sqrt{(-2-0)^2 + (0-0)^2 + (2-0)^2} \sqrt{(3-1)^2 + (1-1)^2 + (-1-1)^2}}$$

$$= \frac{-4 + (-4)}{\sqrt{8} \cdot \sqrt{8}} = -1$$

【別解】点 $(-2, 3)$ と点 $(0, 1)$ を通る直線は $y = -x + 1$ と表せる。
 $m=2$ のとき、点 $(2, -1)$ もこの直線上にあることより、散布図は右下りの直線上に分布するので、2 つの変数 x と y の相関係数は -1

- (2) x の平均を a 、 y の平均を b とすると、 $a = \frac{1}{3}(m-2)$ 、 $b = 1$ 。
共分散を c とおくと、

$$c = \frac{1}{3} \{(-2-a)(3-1) + (0-a)(1-1) + (m-a)(-1-1)\}$$

$$= \frac{1}{3} \{-2(a+2) + 0 + 2(a-m)\}$$

$$= \frac{1}{3} (-4 - 2m)$$

$$= -\frac{2}{3}(m+2)$$

- (3) x の分散を f とおくと、分散は 2 乗のデータの平均からデータの平均の 2 乗を引けば求めることができるので、

$$f = \frac{1}{3}(4 + 0 + m^2) - a^2 = \frac{1}{3}(4 + m^2) - \frac{1}{9}(m-2)^2$$

$$= \frac{1}{9}(12 + 3m^2) - \frac{1}{9}(m-2)^2$$

$$= \frac{1}{9}(2m^2 + 4m + 8)$$

$$= \frac{2}{9}(m^2 + 2m + 4)$$

f の括弧内を $g(m)$ とおく。 $g(m)$ は下に凸の 2 次関数であるので、頂点で最小値を取る。 $g(m)$ を平方完成すると

$$g(m) = (m+1)^2 + 3 \text{ となるので } m = -1 \text{ で最小。}$$

このとき(2)から、 x と y の共分散は $-\frac{2}{3}$

※

注：問題 3、4 の解答欄は裏面にあります。

座席番号

志望学科	受験番号	志望学科	受験番号
英語文化学科	1 1	地域創生学科	4 1
日本語・日本文学科	2 1	食環境マネジメント学科	5 1
文化総合学科	3 1	子ども教育学科	6 1

※

問題 3

(1) 余弦定理より, $\cos \theta = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC}$
 $= \frac{(\sqrt{5})^2 + 2^2 - (\sqrt{17})^2}{2 \cdot \sqrt{5} \cdot 2}$
 $= \frac{-8}{2 \cdot 2 \cdot \sqrt{5}}$
 $= -\frac{2}{\sqrt{5}} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$

(2) $\cos \theta = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$ より, $0^\circ < \theta < 180^\circ$ であるから,
 $\sin \theta = \sqrt{1 - \left(-\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$
 $\triangle ABC$ の面積を S とすると, $S = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{5} \cdot 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = 1$

(3) $\triangle ABC$ の外接円の半径を r とすると, 正弦定理より

$$\frac{a}{\sin \theta} = 2r$$

$$\frac{\sqrt{17}}{\frac{1}{\sqrt{5}}} = 2r$$

$$r = \frac{\sqrt{85}}{2}$$

$\triangle ABO$ は, $AO = BO$ の二等辺三角形であるから, 辺 AB を底辺としたときの高さ h は, 三平方の定理より,

$$h = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{85}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2} = 2\sqrt{5}$$

よって, 求める $\triangle ABO$ の面積は, $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5} = 5$

※

問題 4

(1)
 ① $x^2 - 8x + m = 0$ の判別式を D とすると, $D = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot m$
 2 次方程式が異なる 2 つの実数解をもつのは, $D > 0$ のときであるから
 $D = 64 - 4m > 0$
 よって $m < 16$

② $x^2 - 8x + m = 0$ の解は, $x = -(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - m} = 4 \pm \sqrt{16 - m}$
 $4 \pm \sqrt{16 - m}$ が整数の解であるためには, $\sqrt{16 - m}$ が整数となる。
 $0 < m$ であり, $\sqrt{16} = 4$ であるので $\sqrt{16 - m} = 0, 1, 2, 3$ となる場合を調べると, $m = 16$ のとき $\sqrt{16 - m} = 0$, $m = 15$ のとき $\sqrt{16 - m} = 1$,
 $m = 12$ のとき $\sqrt{16 - m} = 2$, $m = 7$ のとき $\sqrt{16 - m} = 3$
 したがって, $m = 7, 12, 15, 16$

(2) 2次不等式 $mx^2 + (m-2)x + m < 0$ の解がすべての実数となるのは,
 2 次関数 $y = mx^2 + (m-2)x + m$ のグラフが, 上に凸の放物線で,
 x 軸と共有点をもたないときである。

よって, $mx^2 + (m-2)x + m = 0$ の判別式を D とすると
 $m < 0 \dots \textcircled{1}$ かつ $D < 0 \dots \textcircled{2}$ が条件となる。

②から

$$D = (m-2)^2 - 4m^2 < 0$$

$$-3m^2 - 4m + 4 < 0$$

$$3m^2 + 4m - 4 > 0$$

$$(3m-2)(m+2) > 0$$

$$m < -2, \quad \frac{2}{3} < m \dots \textcircled{3}$$

①, ③から $m < -2$



※

座席番号

志望学科	受験番号	志望学科	受験番号
英語文化学科	1 1	地域創生学科	4 1
日本語・日本文学科	2 1	食環境マネジメント学科	5 1
文化総合学科	3 1	子ども教育学科	6 1